

Transformarea politropă a gazului ideal

O transformare politropă este o transformare în care *căldura molară a gazului ideal rămâne constantă* în timpul transformării ($C=const.$).

Folosind principiul I al termodinamicii și cunoștințe de matematică la nivel de facultate se poate demonstra că pentru această transformare este valabilă următoarea relație dintre presiunea gazului p și volumul acestuia V :

$$pV^k=const.,$$

unde k se numește *exponentul* sau *indicele politropei* și este dat de relația:

$$k = \frac{C - C_p}{C - C_v}, (*)$$

unde C_p este căldura molară a gazului la presiune constantă și C_v căldura molară a gazului la volum constant.

Lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul va fi:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = \frac{\nu R \Delta T}{1 - k}, k \neq 1$$

unde:

V_1 este volumul inițial al gazului,

V_2 este volumul final al gazului,

ν este numărul de kmoli de gaz,

R este constanta gazului ideal,

$\Delta T = T_2 - T_1$ este variația temperaturii absolute a gazului (T_2 -temperatura absolută finală a gazului și T_1 -temperatura absolută inițială a gazului).

Căldura schimbată de gaz cu exteriorul va fi:

$$Q = \nu C \Delta T, \text{ unde } C \text{ se obține din relația } (*):$$

$$C = C_v - \frac{R}{k - 1}, k \neq 1$$

Variația energiei interne este dată de relația general valabilă:

$$\Delta U = \nu C_v \Delta T$$

Cazuri particulare:

- i. $k=0$ (transformare izobară ($p=const.$))
- ii. $k=\gamma$ (transformare adiabatică ($Q=0$))

iii. $k \rightarrow \infty$ (transformare izocoră ($V = \text{const.}$))

iv. $k = 1$ (transformare izotermă ($T = \text{const.}$); în acest caz $L = Q = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ și $\Delta U = 0$)

Exemplu:

O masă m de gaz ideal diatomic având masa molară μ este supusă unei transformări după legea $T = ap^2$, unde a este o constantă pozitivă. Gazul este încălzit de la temperatura T_1 la temperatura T_2 ($T_2 > T_1$). Se cer:

- a) lucrul mecanic efectuat de gaz;
 - b) căldura molară a gazului în această transformare;
 - c) variația energiei interne a gazului. ($C_V = \frac{5}{2}R$)
- a) Pentru a stabili dependența presiunii de volum în această transformare folosim ecuația termică de stare a gazului ideal pentru o stare oarecare:

$$pV = \nu RT$$

și înlocuind în această relație $T = ap^2$ vom obține

$$p = \frac{V}{\nu Ra} \text{ sau } pV^{-1} = \frac{1}{\nu Ra} = \text{const.}$$

Ținând cont că în această transformare $k = -1$, vom obține

$$L = \frac{\nu R \Delta T}{1 - k} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{2\mu} > 0 \text{ (lucrul mecanic este efectuat de gaz)}$$

- b) Căldura molară va fi:

$$C = C_V - \frac{R}{k - 1} = C_V + \frac{R}{2} = 3R$$

- c) Variația energiei interne se poate calcula direct:

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{5mR(T_2 - T_1)}{2\mu} > 0$$

sau folosind principiul I al termodinamicii (această metodă poate fi folosită pentru a verifica corectitudinea rezolvării punctelor a) și b)):

$$\Delta U = Q - L = \nu C \Delta T - L = \nu 3R \Delta T - \frac{mR(T_2 - T_1)}{2\mu} = \frac{5mR(T_2 - T_1)}{2\mu} > 0 \text{ (căldura este primită de gaz)}$$

